

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности,

формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

Тематическое планирование, в том числе с учетом рабочей программы воспитания с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы

Форма реализации воспитательного потенциала

-сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

-сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

-осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

-эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

-сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

-готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

-сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

-сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Элементы теории графов	3			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
4	Элементы	4	1		Библиотека ЦОК

	комбинаторики				https://m.edsoo.ru/7f415fdc
5	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
6	Случайные величины и распределения	14	1		Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0	

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Закон больших чисел	5			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
2	Элементы математической статистики	6			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
3	Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
4	Распределение Пуассона	2			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc

5	Связь между случайными величинами	6			Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
6	Обобщение и систематизация знаний	11	1		Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

№ п/ п	Тема урока	Количество часов			Дата изучен ия	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Все го	Контроль ные работы	Практичес кие работы		
1	Граф, связный граф, представлени е задачи с помощью графа	1			04.09.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ec1f8
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы	1			11.09.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ec324
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	1			18.09.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ec78e
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарны е события (исходы)	1			25.09.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed18e
5	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозмож ными элементарны ми событиями	1			02.10.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed602
6	Вероятность	1				Библиотека ЦОК

	случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями				09.10.2023	https://m.edsoo.ru/863ed72e
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей	1			16.10.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee390
8	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1			23.10.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed846
9	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1			13.11.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed846
10	Формула полной вероятности	1			20.11.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
11	Формула Байеса. Независимые события	1			27.11.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
12	Комбинаторн	1				Библиотека ЦОК

	ое правило умножения. Перестановки и факториал				04.12.2 023	https://m.edsoo.ru/863edc6a
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	1			11.12.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee07a
14	Формула бинома Ньютона	1			18.12.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
15	Контрольная работа №1: "Графы, вероятности, множества, комбинаторик а"	1	1		25.12.2 023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee390
16	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	1			15.01.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee4bc
17	Серия независимых испытаний до первого успеха	1			22.01.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee69c
18	Серия независимых испытаний Бернулли	1			29.01.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee9d0 Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863

						eee1c
19	Случайный выбор из конечной совокупности	1			05.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863eccc8
20	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			12.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
21	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1			19.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
22	Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина	1			26.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863eef52
23	Геометрическое распределение. Биномиальное распределение	1			04.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef0ba
24	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение	1			11.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef236

	е двух случайных величин					
25	Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины	1			18.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef3b2
26	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1			25.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef4d4
27	Дисперсия и стандартное отклонение	1			08.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef646
28	Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии	1			15.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef8a8
29	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин	1			22.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863f0186
30	Практическая работа с	1			29.04.2	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863

	использовани ем электронных таблиц				024	efa24
31	Дисперсия биномиальног о распределени я. Практическая работа с использовани ем электронных таблиц	1			06.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863efbaa
32	Обобщение и систематизац ия знаний	1			13.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863efec0
33	Контрольная работа №2: "Испытания Бернулли. Случайные величины и распределени я"	1	1		20.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
34	Обобщение и систематизац ия знаний	1			27.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0		

11 КЛАСС

№ п/ п	Тема урока	Количество часов			Дата изуче ния	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Все го	Контроль ные работы	Практиче ские работы		
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1			04.09.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ec1f8
2	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1			11.09.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ec324
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1			18.09.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ec78e
4	Выборочный метод исследований	1			25.09.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed18e
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			02.10.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed602
6	Генеральная совокупность и случайная	1			09.10.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863

	выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик					ed72e
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1			16.10.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee390
8	Оценивание вероятностей событий по выборке	1			23.10.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed846
9	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1			13.11.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ed846
10	Статистическая гипотеза.	1			20.11.2	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863

	Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений				023	edb3e
11	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			27.11.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности	1			04.12.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edc6a
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям	1			11.12.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee07a
14	Функция плотности вероятности показательного распределения	1			18.12.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
15	Функция плотности вероятности нормального распределения	1			25.12.2023	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee390
16	Последовательность одиночных	1			15.01.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863

	независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона					ee4bc
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			22.01.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee69c
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции	1			29.01.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ee9d0 Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863eee1c
19	Совместные наблюдения двух величин	1			05.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863eecc8
20	Выборочный коэффициент корреляции	1			12.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью	1			19.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
22	Линейная регрессия	1			26.02.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863eef52
23	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			04.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef0ba

24	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	1			11.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef236
25	Опыты с равновероятными элементарными событиями	1			18.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef3b2
26	Вычисление вероятностей событий с применением формул	1			25.03.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef4d4
27	Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера	1			08.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef646
28	Случайные величины и распределения	1			15.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863ef8a8
29	Математическое ожидание случайной величины	1			22.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863f0186
30	Математическое ожидание случайной величины	1			29.04.2024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863efa24
31	Контрольная работа:	1	1		06.05.2	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863

	"Вероятность и статистика"				024	efbaa
32	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			13.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863efec0
33	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			20.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
34	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины	1			27.05.2 024	Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/863edb3e
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0		

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА
ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА**

- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия.

Алгебра и начала математического анализа (в 2 частях), 11 класс/ Часть 1:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.; Часть 2: Мордкович А.Г. и другие; под

редакцией Мордковича А.Г., Общество с ограниченной ответственностью

«ИОЦ МНЕМОЗИНА»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

**ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ
ИНТЕРНЕТ**

Входной контроль по вероятности и статистике 10 класс

1 вариант

№1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

№2. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

№3. В лаборатории производится анализ крови. Содержание гемоглобина в крови вычисляется как среднее арифметическое результатов нескольких измерений.

Таблица содержит результаты пяти измерений гемоглобина (г/л) в одной пробке крови пациентки. Найдите среднее арифметическое результатов измерений.

Номер измерения	1	2	3	4	5
Содержание гемоглобина (г/л)	130	140	110	50	120

№4. Бросают игральный кубик. Подсчитайте вероятность события:

- 1) А: “выпадает 5 очков”;
- 2) В: “выпадает нечетное число очков”;
- 3) С: “сумма очков равна 10”;
- 4) D: “выпадает число очков, кратное 3”.

№5. В школе двести семидесяти классов. В первом 20 учеников, их средний рост равен 159 см. Во втором – 30 учеников, их средний рост равен 154 см. Найдите средний рост всех семиклассников школы.

№6. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист один раз попал в мишени, а 4 раза промахнулся.

2 вариант

№1. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с мясом, 3 с капустой и 4 с вишней. Саша наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

№2. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме "Неравенства". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме "Неравенства".

№3. В лаборатории производится анализ крови. Содержание сахара в крови вычисляется как среднее арифметическое результатов нескольких измерений.

Таблица содержит результаты пяти измерений содержания сахара (г/л) водной пробе крови взрослого пациента. Найдите среднее арифметическое результатов измерений.

Номер измерения	1	2	3	4	5
Содержание сахара (г/л)	120	180	110	90	100

№4 Бросают игральный кубик. Подсчитайте вероятность события:

- 1) А: “выпадает 4 очка”;
- 2) В: “выпадает четное число очков”;
- 3) С: “сумма очков равна 12”;
- 4) D: “выпадает число очков, кратное 5”.

№ 5.

В школе два восьмых класса. В первом 30 учеников, их средний рост равен 162 см. Во втором – 20 учеников, их средний рост равен 157 см. Найдите средний рост всех восьмиклассников школы.

№6. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист 4 раза попал в мишени, а 1 раз промахнулся.

Контрольная работа №6

Элементы комбинаторики и теории вероятностей

Вариант 1

A1. Сколькими способами можно разместить 5 различных книг на полке?

A2. Сколько трехзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?

A3. В классе 20 учеников. Нужно выбрать 8 человек для участия в школьных конкурсах. Сколькими способами это можно сделать?

A4. Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет менее 2 очков?

B1. Из 8 мальчиков и 5 девочек надо выделить для работы на пришкольном участке 3 мальчиков и 2 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

Нормы оценок: «3»- любые 3А, 4» - 4А, «5» - 4А + 1В.

Контрольная работа №2

Элементы комбинаторики и теории вероятностей

Вариант 2

A1. Сколькими шестизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 без повторения цифр?

A2. Сколько четырехзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр можно составить из цифр 1, 2, 3, 5, 7, 9?

A3. В классе 15 учеников. Нужно выбрать 2 дежурных по классу.
Сколькими способами это можно сделать?

A4. Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет 6 очков?

B1. Из 9 ручек и 6 карандашей надо выбрать 2 ручки и 3 карандаша.
Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Нормы оценок: «3»- любые 3А, 4» - 4А, «5» - 4А + 1В.

Контрольная работа №3

1. Случайная величина X принимала значения: 2, 1, 2, 3, 4, 3, 3, 2, 3, 4. Составьте таблицу распределения значений случайной величины X по частотам (M) и относительным частотам (W). Постройте полигон относительных частот значений величины X .

2. Найдите моду, медиану, среднее и размах выборки значений случайной величины:

а) 7, 4, 6, 5, 6, 7, 5, 6; б) 3, 5, 6, 4, 4, 5, 2, 4, 3; в) 34, 35, 34, 37, 38, 37, 37.

3. В таблице записаны рост 20 девочек IX класса:

153	153	154	154	154	154	155	155	155	155
155	156	156	157	157	157	158	158	159	160

4. Найти дисперсию выборки: 23, 29, 25, 26, 22.

Вариант 2

1. Случайная величина X принимала значения: 1, 0, 4, 3, 1, 5, 3, 2, 4, 3. Составьте таблицу распределения значений случайной величины X по частотам (M) и относительным частотам (W). Постройте полигон относительных частот значений величины X .

2. Найдите моду, медиану, среднее и размах выборки значений случайной величины:

а) 3, 5, 6, 4, 4, 5, 2, 4, 3; б) 7, 4, 6, 5, 6, 7, 5, 6; в) 3,5; 3,8; 4,1; 2,8; 3,7; 4,4; 2,9.

3. В таблице записаны размеры обуви 20 девочек IX класса:

34	34	35	35	35	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	38	38	39	39	39

4. Найти дисперсию выборки: 23, 29, 25, 26, 22.

11 КЛАСС

Вариант 1

1. В группе туристов 30 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

2. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

4. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные

тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,7 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

6. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется в обоих автоматах.

Вариант 2

1. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме "Неравенства". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме "Неравенства".

2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выигрывает оба раза.

3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки.

4. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 70% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

5. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

6. В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.

Вариант 1

1. В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

Решение.

На первом рейсе 6 мест, всего мест 30. Тогда вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa, равна:

Ответ: 0,2.

2. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

Решение.

Рассмотрим события $A = \text{«учащийся решит 8 задач»}$ и $B = \text{«учащийся решит больше 8 задач»}$. Их сумма — событие $A + B = \text{«учащийся решит больше 7 задач»}$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,88 = P(A) + 0,76$, откуда $P(A) = 0,88 - 0,76 = 0,12$.

Ответ: 0,12.

3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 6 очков, равно 10: $1 + 1 + 4$, $1 + 4 + 1$, $4 + 1 + 1$, $1 + 2 + 3$, $1 + 3 + 2$, $3 + 1 + 2$, $3 + 2 + 1$, $2 + 1 + 3$, $2 + 3 + 1$, $2 + 2 + 2$. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков, равна

Ответ: 0,05.

4. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Решение.

Пусть завод произвел x тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок: $0,8x$ тарелок. Поскольку качественных из них $0,9x$, вероятность купить качественную тарелку равна

Ответ: 0,98.

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,7 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

Решение.

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна

Ответ: 0,343.

6. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих

автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате,
 B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда

$A \cdot B$ = кофе закончится в обоих автоматах,
 $A + B$ = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

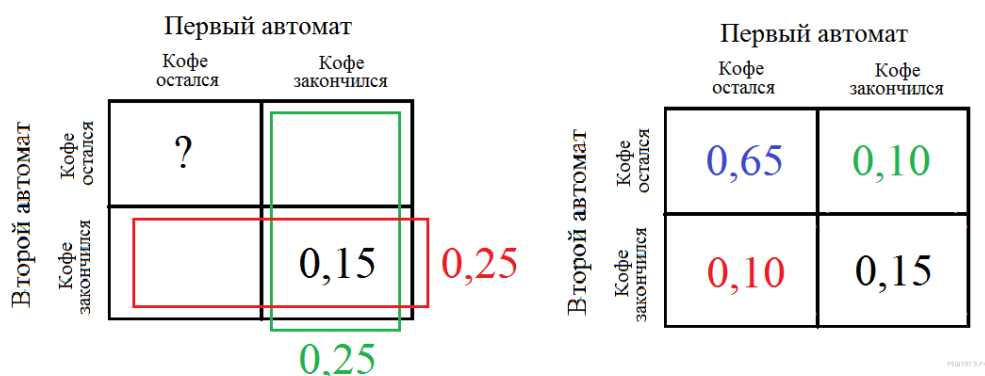
По условию $P(A) = P(B) = 0,25$; $P(A \cdot B) = 0,15$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,25 + 0,25 - 0,15 = 0,35.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0,35 = 0,65$.

Ответ: 0,65.



Приведем другое решение.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна $1 - 0,25 = 0,75$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна $1 - 0,25 = 0,75$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $1 - 0,15 = 0,85$. Поскольку $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$, имеем: $0,85 = 0,75 + 0,75 - x$, откуда искомая вероятность $x = 0,65$.

Примечание.

Заметим, что события A и B не являются независимыми. Действительно, вероятность произведения независимых событий была бы равна произведению вероятностей этих событий: $P(A \cdot B) = 0,25 \cdot 0,25 = 0,0625$, однако, по условию, эта вероятность равна 0,15.

Вариант2

1. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме "Неравенства". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме "Неравенства".

Решение.

Из 25 билетов 15 не содержат вопроса по теме "Неравенства", поэтому вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме "Неравенства", равна

Ответ: 0,6.

2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение.

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0,5 \cdot 0,3 = 0,15$.

Ответ: 0,15.

3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки.

Решение.

Всего возможных исходов — 8: орел-орел-орел, орел-орел-решка, орел-решка-решка, орел-решка-орел, решка-решка-решка, решка-решка-орел, решка-орел-орел, решка-орел-решка. Благоприятными являются четыре: решка-решка-решка, решка-решка-орел, решка-орел-решка, орел-решка-решка. Следовательно, искомая вероятность равна $4 : 8 = 0,5$.

Ответ: 0,5.

4. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 70% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение.

Пусть x — искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда $1-x$ — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. По формуле полной вероятности имеем:

$$0,6x + (1-x)0,7 = 0,65$$

$$-0,1x = -0,05$$

$$x = 0,5$$

Ответ: 0,5.

5. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

Пусть А = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», В = «чайник прослужит больше двух лет», С = «чайник прослужит ровно два года», тогда А + В + С = «чайник прослужит больше года».

События А, В и С несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события С, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) = P(A) + P(B),$$

откуда, используя данные из условия, получаем

$$0,97 = P(A) + 0,89.$$

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

$$P(A) = 0,97 - 0,89 = 0,08.$$

Ответ: 0,08.

6. В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.

Решение.

Двухрублевые монеты могут лежать в одном кармане, если Петя переложил в другой карман три из четырех рублевых монет (а двухрублевые не перекладывал), или если переложил в другой карман обе двухрублевые монеты и одну рублевую одним из трех способов: 1, 2, 2; 2, 1, 2; 2, 2, 1. Эти четыре события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

Ответ: 0,4.

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Решение.

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: 3+1, 1+3, 3+3. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре. Отсюда имеем:

Ответ: 0,32.

		Первый автомат				Первый автомат	
		Кофе остался	Кофе закончился			Кофе остался	Кофе закончился
Второй автомат	Кофе остался	?		0,65	0,10		
	Кофе закончился		0,15	0,10	0,15		

0,25
0,25
0,25

Приведем другое решение.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна $1 - 0,25 = 0,75$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна $1 - 0,25 = 0,75$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $1 - 0,15 = 0,85$. Поскольку $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$, имеем: $0,85 = 0,75 + 0,75 - x$, откуда искомая вероятность $x = 0,65$.

Примечание.

Заметим, что события A и B не являются независимыми. Действительно, вероятность произведения независимых событий была бы равна произведению вероятностей этих событий: $P(A \cdot B) = 0,25 \cdot 0,25 = 0,0625$, однако, по условию, эта вероятность равна $0,15$.

35. Задание 4 № 286213

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 16 спортсменов из России, в том числе Тарас Куницын. Найдите вероятность того, что в первом туре Тарас Куницын будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

Решение.

В первом туре Тарас Куницын может сыграть с бадминтонистами, из которых из России. Значит, вероятность того, что в первом туре Тарас Куницын будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна

Ответ: 0,6.

Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна $0,21$. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение.

Найдем вероятность того, что перегорят три лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: $0,21 \cdot 0,21 \cdot 0,21 = 0,009261$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,009261 = 0,990739$.

Ответ: 0,990739.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна $0,3$. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение.

Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,09 = 0,91$.

Ответ: 0,91

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 4, но не дойдя до отметки 7 часов.

Решение.

На циферблате между четырьмя часами и семью часами три часовых деления. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна:

Ответ: 0,25.